c. Ses racines sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$; $f(0)=1$.

$\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ deux racines de f

donc $f(x)=a\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$, $a\neq 0$

de + $f(0)=1$

or $f(0)=a\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}a$ } =

$\frac{1}{6}a=1$ donc $a=6$.

Donc $f(x)=6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

3 f est une fonction polynôme du second degré admettant 2 pour racine et dont la somme des racines est -7.

a. Déterminer sous forme factorisée une expression de $f(x)$.

b. Déterminer la forme développée de $f(x)$ sachant que $f(0)=6$.

a) x_1 et x_2 racines de f

$x_1=2$ et $S=x_1+x_2=-7$

$2+x_2=-7$

$x_2=-7-2$

$=-9$.

-9 et 2 les racines.

donc $f(x)=a(x-2)(x+9)$ $a\neq 0$

b) or $f(0)=6$.

donc $f(0)=a(-2)(9)=-18a$

ainsi $-18a=6$ et $a=-\frac{6}{18}=-\frac{1}{3}$

D'où $f(x)=-\frac{1}{3}(x-2)(x+9)$.

$=-\frac{1}{3}(x^2+9x-2x-18)$

$=-\frac{1}{3}(x^2+7x-18)$

$f(x)=-\frac{1}{3}x^2-\frac{7}{3}x+6$

4 Je suis une fonction polynôme du second degré admettant deux racines opposées dont le produit est égal à -4. Ma courbe représentative passe par le point $A(0;2)$. Qui suis-je ?

Si x_1 et x_2 les 2 racines

on a $x_1 = -x_2$ et $x_1 \times x_2 = -4$ } donc $x_1 = 2$ et $x_2 = -2$.

donc $f(x) = a(x-2)(x+2)$ $a \neq 0$

Rappel : $\mathcal{C}_f$ est l'ens de tous les pts du plan de coordonnées $(x ; f(x))$

$A(0;2) \in \mathcal{C}_f$ de $A(0 ; f(0))$

ainsi $f(0) = 2$

d'où $f(0) = a(-2)(2) = -4a$ } =

donc $-4a = 2$ et $a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

d'où $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)(x+2)$

$= -\frac{1}{2}(x^2 - 4)$

$= -\frac{1}{2}x^2 + 2$

Cours. Ch 1 (suite).

II : Equations du 2nd degré.

1) Forme canonique d'1 trinôme du 2nd d°

St $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

Ĉ $a \neq 0$, on peut factoriser $f(x)$ par a.

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{4ac}{4a^2}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$-\alpha$; β

Pté : Toute fct f poly. du 2nd d° tq $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta.$$

avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

Cette expression de f est appelée forme canonique de f.

Méthode : Déterminer la forme canonique d'un poly. de d°2.

$f(x) = 2x^2 - 20x + 10$.

1ère méthode : $f(x) = 2\left(x^2 - 10x + 5\right)$

$f(x) = 2\left[(x-5)^2 - 25 + 5\right]$

$= 2\left[(x-5)^2 - 20\right]$

$$\boxed{f(x) = 2(x-5)^2 - 40.}$$

2e méthode : $f(x) = 2x^2 - 20x + 10$

d'après ptés : $\boxed{f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta}$.

avec $\boxed{\alpha = -\frac{b}{2a}}$ et $\boxed{\beta = -\frac{b^2-4ac}{4a}}$

ou $\boxed{\beta = f(\alpha)}$.

$a = 2 \quad b = -20 \quad c = 10$.

$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{4} = +5$.

$\beta = f(5) = 2\times 5^2 - 20\times 5 + 10$
$= 50 - 100 + 10$
$= -40$.

$$\boxed{f(x) = 2(x-5)^2 - 40}$$

2) Résolution éq° du 2nd degré.

Déf : Une éq° du 2nd degré est une éq° de la forme $ax^2+bx+c=0$ avec $a \neq 0$, et b, c 2 réels.
Une solution de cette éq° est une racine du trinôme ax^2+bx+c

(dém) $ax^2+bx+c = 0$, $a \neq 0$.

$$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right] = 0.$$

ĉ $a \neq 0$ $\quad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \boxed{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} = 0$. (*)

Déf : On appelle discriminant du trinôme ax^2+bx+c, $a \neq 0$, le nb réel noté Δ déf par

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

(*) $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0$.

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}=0 \quad a\neq 0.$$

* 1er cas : $\Delta>0$.

On rq IR3. $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2=0$.

d'où $\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right]\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right]=0$

$\left(x-\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=0$.

(TPN) soit $x-\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=0$ dc $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

soit $x-\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=0$ dc $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

$S=\{x_1;x_2\}$.

* 2e cas : $\Delta=0$.

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=0$.

dc $x+\frac{b}{2a}=0$ et $x=-\frac{b}{2a}$.

$S=\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

* 3e cas : $\Delta<0$.

alors $-\frac{\Delta}{4a^2}>0$

et $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}>0$

$S=\emptyset$.

Pté : $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$.

* Si $\Delta>0$, l'éq° admet 2 sol° $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
* Si $\Delta=0$, l'éq° admet une unique sol° $x_0=-\frac{b}{2a}$
* Si $\Delta<0$, l'éq° n'admet aucune sol°.

Méthode : Resoudre une éq° du 2nd d°.

1) $2x^2-x-6=0$
2) $2x^2-3x+\frac{9}{8}=0$
3) $x^2+3x+10=0$.
4) Trouver 2 nb dt la somme est 8 et le pdt est 11

1) $2x^2-x-6=0$ | $a=2$, $b=-1$, $c=-6$

$\Delta=b^2-4ac$.
$=(-1)^2-4\times 2\times(-6)$
$=1+48=49>0$.

2 sol°. $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-7}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+7}{4}=\frac{8}{4}=2$.

$S=\left\{-\frac{3}{2};2\right\}$.

2) $2x^2-3x+\frac{9}{8}=0$ | $a=2$, $b=-3$, $c=\frac{9}{8}$

$\Delta=b^2-4ac$
$=(-3)^2-4\times 2\times\frac{9}{8}=9-9=0$.

1 sol°. $x_0=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{4}$ $\quad S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$

3) $x^2+3x+10=0$. | $a=1$, $b=3$, $c=10$

$\Delta=b^2-4ac=3^2-4\times 1\times 10=9-40=-31<0$

Aucune sol° $\quad S=\emptyset$

4) $S = 8 \quad P = 11$.

Les nb cherchés ont pour somme S et pour produit P.

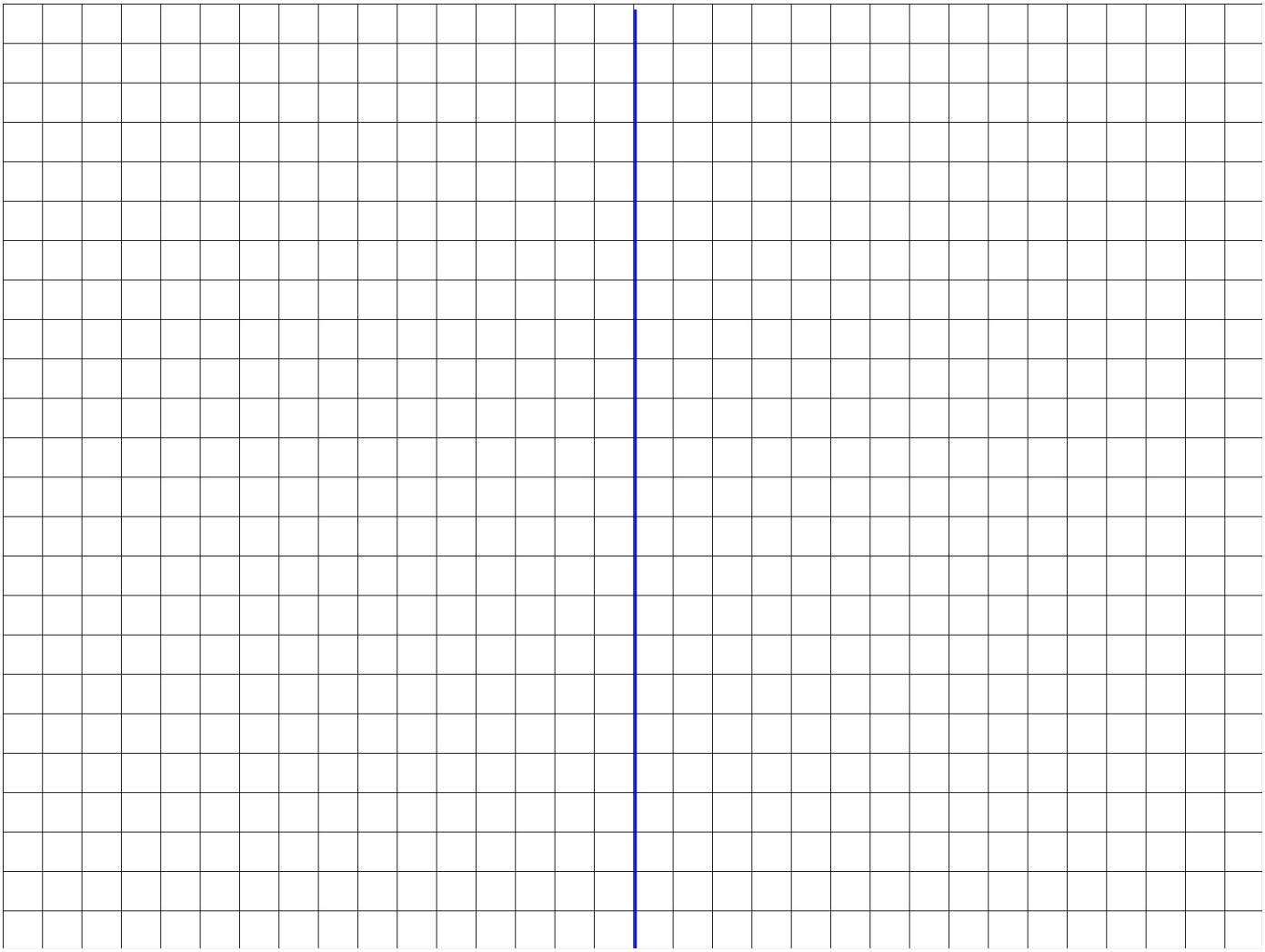
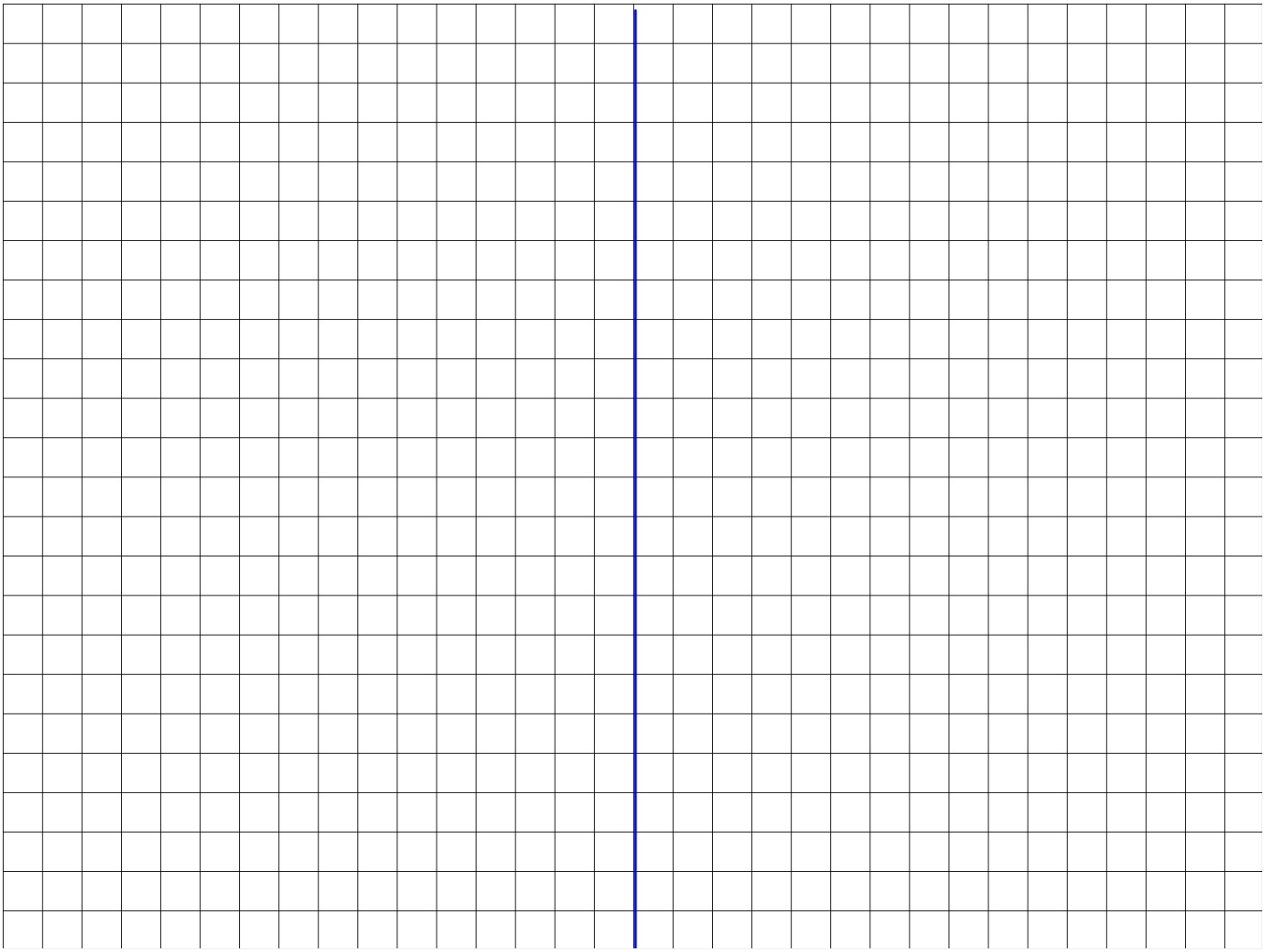
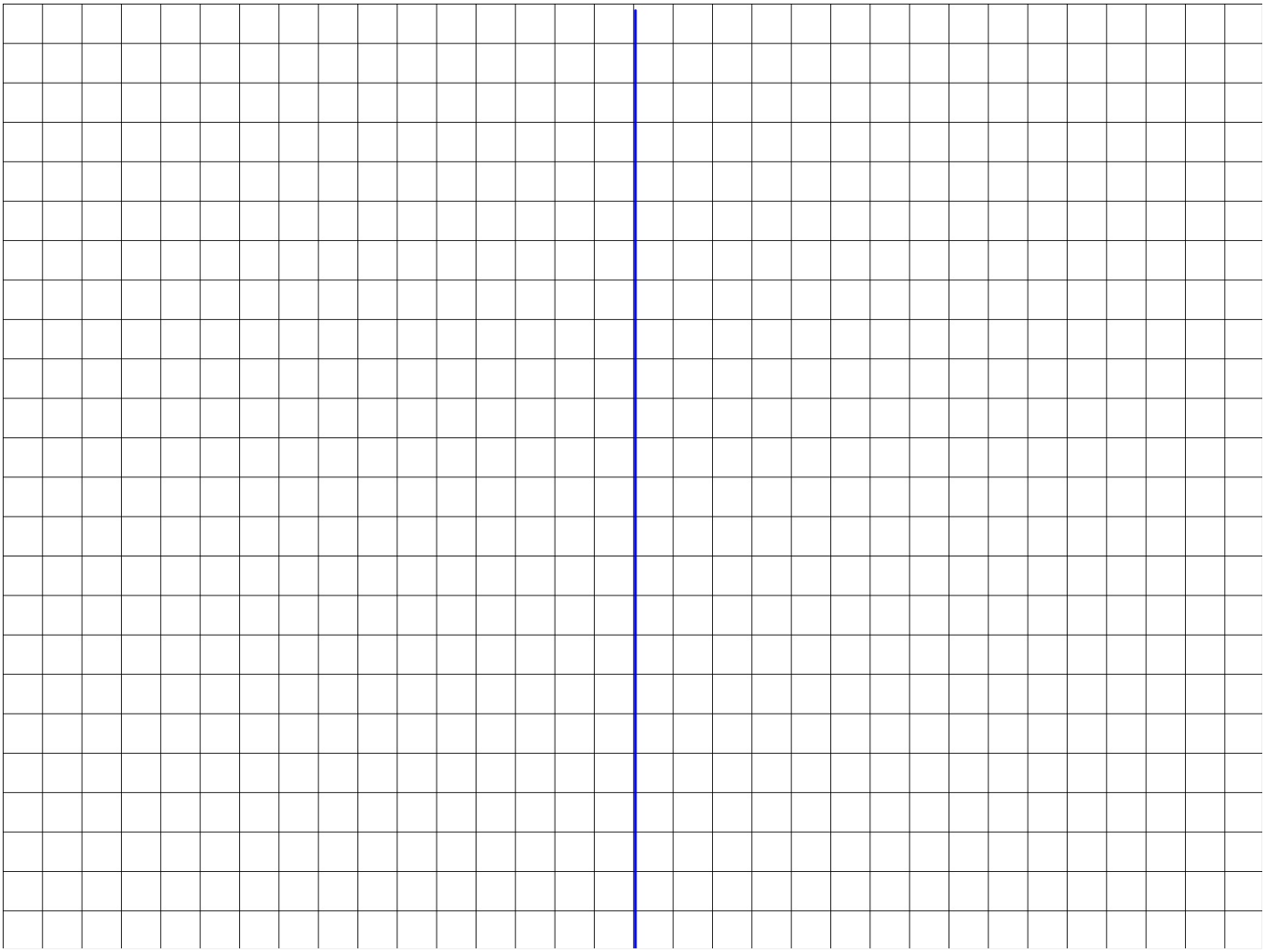
$x^2 - Sx + P = 0$.

$x^2 - 8x + 11 = 0$. $\quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 11 \end{cases}$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 11 = 64 - 44 = 20 > 0$.

2 sol°

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8 - \sqrt{20}}{2} = 4 - \sqrt{5}$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8 + \sqrt{20}}{2} = 4 + \sqrt{5}$

Les nb cherchés sont $4 - \sqrt{5}$ et $4 + \sqrt{5}$.